

組合型認購權證評價模式之研究

莊忠柱 黃婉茹*

摘 要

本文利用 1997 年 9 月 4 日至 2001 年 6 月 26 日間在台灣證券交易所發行且已到期的組合型認購權證，使用四種波動性估計模型（歷史波動性模型、Parkinson(1980)的最高、最低價歷史波動性模型、Garman and Klass(1980)的最高、最低、開盤、收盤價歷史波動性模型、Trippi(1977)的等加權平均隱含波動性模型）與 Black and Sholes(1973)選擇權評價模式(BS 評價模式)、陳松男與鄭翔尹(2000)的組合型權證評價模式(CC 評價模式)配對成八種評價模式，並比較其評價績效，冀期能得到一較佳的組合型認購權證評價模式。

研究發現隱含波動性模型與 BS 評價模式的配對之評價績效最佳，是組合型認購權證最佳的評價模式，其次為隱含波動性模型與 CC 評價模式的配對。在三種歷史波動性估計模型中，以最高、最低價歷史波動性模型在評價績效有較佳的表現。此外，歷史波動性模型與 CC 評價模式的配對普遍優於歷史波動性模型與 BS 評價模式的配對，但隱含波動性模型與 CC 評價模式的配對評價績效表現卻較不一致。這或許是標的股價是否呈現對數常態分配，是影響 BS 評價模式產生評價誤差的主要原因之一。

關鍵詞：組合型認購權證、BS 評價模式、歷史波動性、隱含波動性

*莊忠柱為真理大學管理科學研究所副教授，黃婉茹為真理大學管理科學研究所研究生；聯絡地址：真理大學管理科學研究所台北縣真理街 32 號。FAX:886-2-26210520。E-mail: ccchuang@email.au.edu.tw。

壹、前言

在國際金融市場盛行多年的認購權證(Call Warrants)，1997年6月終於在台灣證券交易所正式上市。截至2001年9月為止，共發行154支認購權證，其中包含135支個股型，19支組合型；組合型認購權證已漸獲得投資大眾的青睞。早期國內認購權證市場的交易並不熱絡，主要可歸因於投資大眾對認購權證的操作認識不深與評價模式引用錯誤，進一步導致認購權證的運用特性無法充分的發揮。由於組合型認購權證的設計非常有彈性，亦可以同時規避數種不同標的資產的風險，所以特別受到投資大眾的注意，組合型認購權證價格是否合理更是投資人心中想要瞭解的重點。

組合型認購權證的評價模式並不多，台灣證管會要求所有發行的券商須根據 Black and Sholes(1973)選擇權評價模式(BS 評價模式)或 Cox, Ross and Rubinstein (1979)的二元樹模式(Binomial Tree Model)來計算認購權證的價格。又陳松男、鄭翔尹(2000)為解決組合型認購權證標的股價變動的機率分配不為對數常態分配的現象，將 BS 評價模式作修正，提出組合型權證評價模式(CC 評價模式)。由於 BS 評價模式簡單易用，使其廣為券商所採用，成為聯繫股票價格與認購權證價格間之重要工具。BS 評價模式與 CC 評價模式在評價與避險上的表現，常是認購權證發行券商與投資人關注的重點所在。

金融資產的波動性在金融市場中，一直扮演著一個相當重要的角色。在認購權證評價中，標的資產波動性估計是整個評價過程中最關鍵的一環。一般常用的波動性估計模型有歷史波動性模型、隱含波動性模型與條件異質變異數波動性模型。不同的波動性估計模型具有不同的預測能力，而良好的波動性估計模型將大幅提昇認購權證評價績效。

由於不同的評價模式與波動性估計模型的配對將有不同的評價績效，因此本文將利用四種波動性估計模型(歷史波動性模型、Parkinson(1980)的最高、最低價歷史波動性模型、Garman and Klass(1980)的最高、最低、開盤、收盤價歷史波動性模型、Trippi(1977)的等加權平均隱含波動性模型)分別與 BS 評價模式、CC 評價模式配對成八種評價模式，並比較其評價績效，冀期能得到一較佳的組合型認購權證評價模式。

貳、相關文獻探討

一、波動性估計模型相關文獻

在資產訂價、交易策略的制定或是風險管理的衡量等各方面，波動性的預測一直是令人關注的議題。以往常常使用歷史波動性模型及隱含波動性模型。歷史波動性模型是以標的股票的歷史資料來估算股價報酬變異數，其基本假設為過去所實現的波動性會延續到未來且不會產生大幅變動，因此可利用過去資料所計算而得的波動性視為未來的股價波動性。在計算歷史波動性時，Black and Scholes(1973)利用當日收盤價來計算，但部分學者認為收盤價並不足以反映所有交易訊息，如 Parkinson(1980)、Becker(1981)利用當日最高價及最低價資料；Garman and Klass(1980)則是採用當日最高、最低、開盤及收盤價來計算歷史波動性。此外，決定樣本期間及觀測值個數的多寡在計算歷史波動性時也相當的重要，觀測值的數目越多雖有助於估計值的準確性，但卻不宜使用太舊的資料。Cox、Ross and Rubinstein(1979)建議使用最近一年以內的股價每日收盤價，作為預測股價波動性的樣本觀測值。Hull(1997)建議採用 90 到 180 天的資料來計算歷史波動性。有學者也主張依據各種金融商品的存續期間或特性，以最能完整描述該商品週期變化的區間為準。隱含波動性模型則是 Latané and Rendlemom(1976)所提出。他們在效率市場的假設下，認為股票價格與選擇權的市場價格能夠充分反應所有的已知資訊，因此由選擇權評價模式所逆算出來之隱含波動性會有較佳的準確性。Figlewski(1990)指出由於交易成本與其他市場摩擦將使得某些套利機會存在，而選擇權供給與需求變動導致訂價誤差，這些最後將被隱含波動性所吸收。Lamoureux and Lastrapes(1993)、Jorion(1995)、Fleming(1998)等人利用不同的研究期間與研究樣本，皆發現隱含波動性模型的預測能力明顯的優於其他波動性估計模型。但是，部分學者如 Canina and Figlewski(1993)研究發現由 S&P100 所反求出的隱含波動性對未來波動性的預測能力不佳，且所包含的資訊並無明顯多於歷史波動性。估計隱含波動性時，會產生相同條件的選擇權，卻有多個隱含波動性的現象。Chiras and Manaster(1978)指出每一個觀察日，每一檔股票平均有 6.3 個選擇權交易。因此他們利用選擇權的價格彈性為權數，提出彈性加權平均隱含波動性模型。Latané and Rendlemom(1976)更指出在價平的情況下的選擇權市價對於波動性的變化較敏感，故建議使用 Vega 為權數。此法主要是使得對股價波動越敏感者有越高的權重，但卻有權數和不為一的缺點。不同於 Latané and Rendleman(1976)、Chiras and

Manaster(1978)、Becker(1981)、Whaley(1982)、Gemmil(1986)建議利用最小誤差平方隱含波動性模型，即比較選擇權市價及由相同標的股的數個隱含波動性所求出的理論價格，以兩者差距最小者為未來波動性的估計值。由於歷史波動性模型及隱含波動性模型都是建構在股票報酬變異數為常數的假設之下，此一假設受到許多學者的質疑，並發現其為導致選擇權評價模式誤差的主要原因。Engle(1982)提出的自我迴歸條件異質變異數模型(Autoregressive Conditional Heteroskedasticity, ARCH)解釋了普遍存在於總體經濟及財務金融資料中的波動叢聚現象，大幅提昇吾人對波動性模型預測的能力。其後，Bollerslev (1986)基於風險性資產的波動性會隨時間改變而改變，提出一般化的自我迴歸條件異質變異數模型(General Autoregressive Conditional Heteroskedasticity, GARCH)。Akgiray(1989)研究 CRSP 股價指數日報酬，發現條件平均數及變異數皆非固定常數。因此進一步利用 GARCH 波動性模型估計，結果顯示 GARCH 波動性模型在樣本外的預測能力勝過一般傳統波動性估計模型。Meade(1993)指出 GARCH 波動性模型在估計未來波動性的表現相當優越，尤其在股價波動性較大的估計期間；然而，若估計期間超過六個月，GARCH 波動性模型的能力漸漸的減弱。

二、台灣認購權證市場實證之相關文獻

台灣探討認購權證市場的文獻不多，且多以個股型認購權證為研究對象，大抵皆強調不同模式間評價誤差的比較。詹錦宏、洪啓安 (1997)利用 1996 年 9 月 4 日至 1997 年 4 月 10 日上市交易的 17 支認購權證，選擇 BS 評價模式及 SRCEV(Square Root Constant Elasticity Volatility)評價模式分別與隱含波動性模型及歷史波動性模型交叉配對，探討實際價格及理論價格間的差異。發現隱含波動性模型優於歷史波動性模型；BS 評價模式優於 SRCEV 評價模式。而隱含波動性模型與 BS 評價模式的配對是最適合台灣認購權證的評價模式。曹金泉(1998)利用 1998 年底以前發行的 15 支認購權證為研究標的，試圖檢測不同波動性模型是否是使得認購權證理論價格偏離市價的原因。發現當標的股票的波動性較小時，歷史波動性具有較佳的預測能力，EGARCH-M(1,1) 與 GJR-GARCH-M(1,1)波動性模型則在預測波動性較大的標的股時的預測能力較佳。何桂隆(1998)利用 1997 年 9 月至 1998 年 4 月上市的認購權證為研究對象，分別以歷史波動性模型、隱含波動性模型以及 GARCH 波動模型與隱含波動性模型的結合¹三種方法估計認購權證標的股的波動性。發現隱含波動性模型為較良好的估計模型，GARCH 波動

¹ 此法由 Vasilellis and Meade(1996)提出。他們使用 GARCH 波動性模型與隱含波動性模型以算數平均的方式結合，用以估計股價報酬波動性。

性模型、GARCH 與隱含波動性模型都造成 BS 評價模式低估認購權證的價格。詹錦宏、單應翔(1998)利用 1997 年 9 月至 1999 年 1 月間上市的認購權證作為研究對象，將 BS 評價模式、SRCEV 評價模式分別與歷史波動性模型、隱含波動性模型、ARCH 波動性模型、GARCH 波動性模型交叉配對比較。發現 BS 評價模式與隱含波動性模型的配對明顯優於其他配對，而 BS 評價模式與歷史波動性模型的配對表現最差。賈景宇(2000)以 2000 年以前到期的 21 支認購權證為研究對象，探討認購權證理論價格與市價間的差異。以歷史波動性模型、隱含波動性模型、GARCH(1,1)波動性模型、EGARCH(1,1)波動性模型等四種波動性估計模型來估計認購權證的波動性。研究發現隱含波動性模型的價格誤差是最小的，歷史波動性模型是四者中最差的。李命志、趙其琳(2001)以 1997 年 9 月上市的 10 支認購權證為樣本，比較歷史波動性模型、隱含波動性模型與 GARCH 波動性模型等三種模型估計認購權證標的股波動性的績效。結果發現隱含波動性模型的估計能力較佳，GARCH 波動性模型則是在樣本期間為一年時估計能力較佳。

針對組合型認購權證進行研究的文獻方面，陳松男、鄭翔尹(2000)根據 Vorst(1992)幾何平均轉算數平均的方法，將 BS 評價模式作修正，推導出組合型權證評價模式(CC 評價模式)，CC 評價模式不僅明顯降低與市價間的估計誤差，在平均絕對值與避險優異天數上皆顯著優於 BS 評價模式。劉文祺、楊芳玫與詹麗錦(2000)發現利用 Vorst(1992)幾何平均轉算數平均的方法可讓組合標的股價更呈現對數常態分配，即可降低因資料不符 BS 評價模式假設所產生的偏誤。

參、研究資料與方法

一、研究對象與資料來源

本研究以 1997 年 9 月 4 日至 2001 年 6 月 26 日間在台灣證券交易所發行且已到期的組合型認購權證為研究對象。為避免因認購權證的交易稀少(Thinly Trade)及非同步交易效果(Nonsynchronous Trade Effect)，本研究採用日內交易資料。所有標的股票與認購權證資料來自台灣經濟新報資料庫。台灣證券交易所於 2000 年開始延長交易時間至下午一點三十分，因此 2000 年以前資料，由早上九點至十二點，以三十分鐘為一區間，將每個交易日分為六個時段；2001 年後的資料，由早上九點至下午一點三十分，以三十分鐘為一區間，將每個交易日分為九個時段。認購權證的每區間的開盤價是該區間第一筆的成交價；每區間的收盤價是該區間最後一筆的成交價；每區間的最高價與最低價是該區間的最高與最低成交價。標的股價的選取是以認購權證交易時間為基礎，標的股的開盤價與收盤價皆以最接近但不超過所選取之認購權證成交時間的價格為主。無風險利率是採用臺灣銀行一年期定期存款利率來取代，除權息之調整則依各發行券商公告方式加以處理。

二、選擇權評價模型

(一)Black-Sholes 選擇權評價模型

Black and Sholes(1973)假設標的股價(S)變動為標準擴散過程，此種隨機過程稱之為幾何布朗運動(Geometric Brownian motion)，即：

$$\frac{dS(t)}{S(t)} = \alpha dt + \sigma dZ(t)$$

其中 α 為漂浮項 (Drift rate)， σ 為標的證券價格的波動性， Z_t 遵循一標準之韋那過程 (Wiener process)。在此情況下買權的價格為：

$$C_t = S_t N(d_1) - K_t e^{-r\tau} N(d_2) \quad (1)$$

$$d_1 = \frac{\ln(S_t/K_t) + (r + \sigma_t^2/2)\tau}{\sigma_t \sqrt{\tau}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma_t \sqrt{\tau}$$

其中， S_t 為標的股價、 K_t 為認購權證的履約價格、 r 為無風險利率、 τ 為認購權證的存續期間(=T-t)、T 為認購權證的到期日，而 t 則是目前評價的時點。由於本文所研究的是組合型認購權證，標的股為數支個股組合，故此處標的股價為各組成標的股按公告之標的權重加權而得，即 $S_t = \sum_{i=1}^n W_{it} P_{it}$ ，其中， w_{it} 為 t 時組合中第 i 支標的股的組成權重， P_{it} 為 t 時組合中第 i 支標的股股價。

(二)組合型權證評價模式(CC 評價模式)

陳松男、鄭翔尹(2000)根據 Vorst (1992)提出的幾何平均及加權平均間的關係，將 BS 模型作修正，推導出組合型權證評價模式，評價模式如(2)式所示：

$$C_t = e^{-rt} \left(\sum_i W_i F_{it} \right) \left[m \cdot \exp\left(\frac{1}{2} v_t^2 \tau\right) \cdot N(d_1) - K_t' \cdot N(d_2) \right] \quad (2)$$

$$d_1 = v_t \sqrt{\tau} - \frac{\ln(K_t'/m)}{v_t \sqrt{\tau}}$$

$$d_2 = d_1 - v_t \sqrt{\tau}$$

其中， F_{it} ：時間 t 組合中第 i 支個股的遠期價格， $F_{it} = S_{it} e^{r(T-t)}$ ；

$$K_t'：經調整後履約價格，K_t' = \frac{K_t}{\sum_{i=1}^n W_{it} F_{it}} + m \cdot \exp\left(\frac{1}{2} \sigma_t^2 \tau - 1\right)；$$

$$m = \exp \left[\sum_i X_i \left(\frac{-\sigma_i^2}{2} \right) (T-t) \right]；X_i = \frac{W_i F_{it}}{\sum_j W_j F_{jt}}；$$

v_t^2 : 組合標的股報酬變異數, $v_t^2 = \sum_i X_{it}^2 \sigma_{it}^2 + \sum_{i \neq j} X_{it} X_{jt} \sigma_{ijt}$, σ_{it}^2 為 t 時組合中 i 支標的股報酬變異數, σ_{ijt} 為 t 時組合中第 i 支與第 j 支標的股之報酬共變異數。

三、波動性估計模型

(一)歷史波動性估計模型

本文利用發行日前一年的股價資料並利用樣本滾動 (Rolling) 方式進行估計。歷史波動性的估計方法分述如下：

1. 以收盤價的歷史資料推估

$$R_t = \ln(S_t) - \ln(S_{t-1})$$

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n (R_t - \bar{R})^2} \quad (3)$$

其中, R_t 為 t 時的組合標的股票報酬率、 $\bar{R}$ 為 R_t 的平均數、 S_t 為 t 時組合標的股價。

2. 以最高價及最低價的歷史資料推估 (Parkinson, 1980)

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left(\log \left(\frac{H_t}{L_t} \right) \right)^2} \quad (4)$$

其中, H_t 、 L_t 分別代表 t 時組合標的股的最高價及最低價。

3. 以開盤價、收盤價、最高價及最低價的歷史資料推估 (Garman and Klass, 1980)

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left[\frac{1}{2} \left(\log \frac{H_t}{L_t} \right)^2 - (2 \log(2) - 1) \left(\log \frac{C_t}{O_t} \right)^2 \right]} \quad (5)$$

其中, O_t 、 C_t 、 H_t 、 L_t 分別表示 t 時組合標的股的開盤價、收盤價、最高價及最低價。

(二)隱含波動性估計模型

本文運用牛頓法進行數值解析,以逼近求解出隱含波動性,遞迴次數設定為 100 次。由於使用日內交易資料,因此會產生相同條件的認購權證卻有不同的隱含波動性的問題,本文採用 Trippi (1977) 及 Schmalensee and Trippi (1978) 所提出等加權平方法加以衡量：

$$\hat{\sigma} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sigma_i \quad (6)$$

一、衡量評價績效方法

根據 Chu and Freund (1996)，本文採用平均絕對誤差(Mean Absolute Error, MAE)、均方誤差平方根 (Root Mean Squared Error, RMSE)及平均絕對誤差率 (Mean Absolute Percentage Error, MAPE)來計算各種模型配對的評價績效。

$$MAE_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n |C_j^{MP} - C_j(\sigma_i)| \quad (7)$$

$$RMSE_i = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n [C_j^{MP} - C_j(\sigma_i)]^2} \quad (8)$$

$$MAPE_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \left| \frac{C_j^{MP} - C_j(\sigma_i)}{C_j(\sigma_i)} \right| \quad (9)$$

其中， C_j^{MP} 為第 j 個觀察值的權證市價， $C_j(\sigma_i)$ 則為第 j 個觀察值使用第 i 種波動性估計方式所得出的權證價格。

二、Wilcoxon符號等級檢定

根據 Chu and Freund(1996)，本文引用 Wilcoxon 符號等級檢定以比較此兩種組合所求出的理論價格與市價的價格誤差是否具有相對顯著性。由於本文樣本數夠大，可趨近常態分配，檢定統計量如(10)式所示：

$$Z = \frac{R^+ - E(R^+)}{\sqrt{Var(R^+)}} \quad (10)$$

其中， $E(R^+) = n(n+1)/4$ ， $Var(R^+) = n(n+1)(2n+1)/24$ 。 R^+ 為兩者差為正值的總和， N 為樣本數。

-	大眾	0.15	-	-	-	-	-	-	-	1998/07/10
-	茂矽	0.15	-	-	-	-	-	-	-	1998/07/08
-	旺宏	0.1	-	-	-	-	-	-	-	1998/08/04
0805 國際 01	聯電	0.5	12.25	25%	1999/4/1	2000/3/31	49	1:1	18500(千)	1999/06/22
-	世華銀	0.5	-	-	-	-	-	-	-	1999/07/16
0806 國際 02	華碩	0.5	52.87	30%	1999/6/25	2001/6/26	176.25	1:1	10000(千)	2000/06/13
-	中銀	0.5	-	-	-	-	-	-	-	1999/8/6,2000/8/4
0816 富邦 03	華新	0.5	6.8	24.20%	1999/12/1	2000/11/3	28.1	1:1	20000(千)	-
-	大同	0.5	-	-	-	-	-	-	-	2000/08/04

本研究整理，資料來源：台灣經濟新報資料庫。

註：1. 「權重」為發行當日之原始權重。

2. 「履約價」為發行當日之原始履約價。

一、平均絕對誤差(MAE)

歷史波動性模型、Parkinson(1980)的最高、最低價波動性模型、Garman and Klass(1980)的最高、最低、開盤、收盤價歷史波動性模型、Trippi(1977)的等加權平均隱含波動性模型與 BS 評價模式、CC 評價模式的各種配對之平均絕對誤差(MAE)如表二所示。由表中發現在歷史波動性模型方面，除了國際 01 與國際 02 之外，利用最高、最低價波動性模型所造成的評價誤差是三者中最小的；歷史波動性模型與 CC 評價模式的配對更優於歷史波動性模型與 BS 評價模式的配對。Garman and Klass(1980)的最高、最低、開盤、收盤價歷史波動性模型的並沒有因為所包含的資訊較多而有較佳的表現，除了國際 01 與國際 02 之外，MAE 皆是三者中最大的。若同時考慮三種歷史波動性模型，寶來 01、寶來 02、建弘 01 與富邦 03 四支權證都顯示出 CC 評價模式的 MAE 小於 BS 評價模式。此結果與陳松男、鄭翔尹(2000)的結果一致。由此可知若僅使用歷史波動性模型進行評價時，CC 評價模式略優於 BS 評價模式。在隱含波動性模型方面，則與歷史波動性模型相左。隱含波動性模型與 BS 評價模式的配對表現明顯優於隱含波動性模型與 CC 評價模式的組合。綜而言之，不論是利用 BS 評價模式或是 CC 評價模式，隱含波動性模型的 MAE 皆較小，表現較佳。隱含波動性模型與 BS 評價模式的配對在七支權證中的 MAE 皆是最小的，即其評價績效是最好的。這與詹錦宏、洪啓安(1997)、何桂隆(1998)、詹錦宏、單應翔(1998)、李命志、趙其琳(2001)的研究結論一致。評價績效次優的則是隱含波動性模型與 CC 評價模式的配對及最高、最低價歷史波動性模型與 CC 評價模式的配對；評價績效表現最差的則是 Garman and Klass(1980)的最高、最低、開盤、收盤價歷史波動性模型與 BS 評價模式的配對。

表 2 衡量評價績效指標－平均絕對誤差(MAE)

	寶來 01(801)	寶來 02(802)	中信 01(803)	建弘 03(804)	國際 01(805)	國際 02(806)	富邦 03(816)
CC-BS	4.32021	4.69204	3.24218	3.781070	1.94825	15.93055	2.45467
HL-BS	3.99443	2.69096	2.53787	1.821340	12.40241	69.61610	1.42135
HLCO-BS	4.80465	5.65957	3.70848	5.042370	5.50848	60.60592	2.72031
IV-BS	0.00489	0.10004	1.17227	0.07605	0.33614	0.91333	0.05754
CC-BK	4.26210	4.38793	3.52154	3.38820	1.67374	27.52289	2.36966
HL-BK	3.88930	1.97710	2.68331	1.19731	46.76983	33.11600	1.13407
HLCO-BK	4.79448	5.54420	4.00195	4.88150	13.02242	31.20210	2.66568
IV-BK	2.08045	2.71156	1.85571	1.54920	4.04574	10.36552	0.87293

註：1. CC 為利用組合標的股收盤價估計出的歷史波動性。

2.HL 為 Parkinson(1980)利用組合標的股最高、最低價估計出的歷史波動性。

3.HLCO 為 Garman and Klass(1980)利用組合標的股最高、最低、開盤與收盤價估計出的歷史波動性。

4.IV 為 Trippi(1977)等加權法估計出的隱含波動性。

5.BK 為陳松男、鄭翔尹(2000)的組合型權證評價模式。

二、均方誤差平方根(RMSE)

歷史波動性模型、Parkinson(1980)的最高、最低價波動性模型、Garman and Klass(1980)的最高、最低、開盤、收盤價歷史波動性模型、Trippi(1977)的等加權平均隱含波動性模型與 BS 評價模式、CC 評價模式的均方誤差平方根(RMSE)如表三所示。結果與 MAE 的結果大致相同。三種歷史波動性模型仍顯示出以最高、最低價歷史波動性模型的 RMSE 最小。除了國際 01、富邦 03 之外，歷史波動性模型與 CC 評價模式的配對亦優於歷史波動性模型與 BS 評價模式的配對，且在寶來 01、寶來 02、中信 01 與建弘 01 的表現更優於隱含波動性模型與 CC 評價模式的配對。隱含波動性模型與 BS 評價模式的配對之評價績效表現仍是較佳的，而隱含波動性模型與 CC 評價模式的配對之評價績效表現則較分歧，除了國際 02 與富邦 03 之外，皆顯示隱含波動性模型與 CC 評價模式的配對之評價誤差大於歷史波動性模型與 CC 評價模式的配對。

表 3 衡量評價績效指標—均平方誤差平方根(RMSE)

	寶來 01(801)	寶來 02(802)	中信 01(803)	建弘 03(804)	國際 01(805)	國際 02(806)	富邦 03(816)
CC-BS	4.55550	5.19390	3.76380	3.99482	3.47838	16.71534	2.6788
HL-BS	4.17974	3.39244	3.36052	1.87087	12.59007	89.02020	1.59401
HLCO-BS	5.06846	6.15000	4.19030	5.55594	5.84248	71.89513	2.97322
IV-BS	0.00898	0.16730	3.25240	0.16580	1.35327	1.23387	0.08620
CC-BK	4.49413	4.88853	11.53963	3.53007	31.41420	29.04281	2.58213
HL-BK	4.06511	2.62853	3.74818	1.38004	47.34612	60.53510	1.29359
HLCO-BK	5.05611	3.02922	4.47896	5.34244	13.26819	47.31949	2.91106
IV-BK	2.33771	3.39320	4.06532	1.96712	18.53753	10.93476	1.05598

註：1. CC 為利用組合標的股收盤價估計出的歷史波動性。

2.HL 為 Parkinson(1980)利用組合標的股最高、最低價估計出的歷史波動性。

3.HLCO 為 Garman and Klass(1980)利用組合標的股最高、最低、開盤與收盤價估計出的歷史波動性。

4.IV 為 Trippi(1977)等加權法估計出的隱含波動性。

5.BK 為陳松男、鄭翔尹(2000)的組合型權證評價模式。

三、平均絕對誤差率(MAPE)

就 MAE 與 RMSE 的結果而言，隱含波動性模型與 BS 評價模式的配對之評價績效較好，如此真的表示這兩種模型的配對所求出的理論價格較接近市價。一般而言，價內認購權證的價格將比價外認購權證的價格高，若 MAE 與 RMSE 較低，可能是因為認購權證價格較低之故。因此須將認購權證本身價格高低的因素加以考慮，再進行比較才客觀。利用歷史波動性模型、Parkinson(1980)的最高、最低價波動性模型、Garman and Klass(1980)的最高、最低、開盤、收盤價歷史波動性模型、Trippi(1977)的等加權平均隱含波動性模型與 BS 評價模式、CC 評價模式的平均誤差百分比(MAPE)如表四所示。表中顯示隱含波動性模型與兩種評價模式的配對績效表現，除了國際 01 之外仍是最佳的。特別是隱含波動性模型與 BS 評價模式的配對表現最好，可說是較佳的評價模式。而隱含波動性模型與 CC 評價模式的配對，除了在國際 01 較最高、最低、開盤、收盤價歷史波動性模型與 BS 評價模式的配對表現較差之外，其他認購權證都顯示是一個僅次於隱含波動性模型與 BS 評價模式配對的評價模式。

四、Wilcoxon符號等級檢定之實證分析

由 MAE、RMSE 及 MAPE 的結果，可知隱含波動性模型與 BS 評價模式的評價績效表現最佳，其次為隱含波動性模型與 CC 評價模式的配對與最高、最低價歷史波動性模型與 CC 評價模式的配對。根據 Chu and Freund(1996)，本文引用 Wilcoxon 符號等級檢定以比較此三種配對所求出的理論價格與認購權證市價之價格誤差是否具有相對顯著性。表五至表七為 Wilcoxon 符號等級檢定結果。三個表顯示在顯著 5%顯著水準下，7 支組合型認購權證的 Z 值均小於 1.645，故皆無法拒絕 H_0 。歸納上述三個檢定的結果，可分辨出三種配對模型的優劣順序為：最好的為隱含波動性模型與 BS 評價模式的配對，隱含波動性模型與 CC 評價模式的配對次之，最後是最高、最低價歷史波動性模型與 CC 評價模式的配對。

表 4 衡量評價績效指標－平均誤差百分比(MAPE)

	寶來 01(801)	寶來 02(802)	中信 01(803)	建弘 03(804)	國際 01(805)	國際 02(806)	富邦 03(816)
CC-BS	12.04711	4.04656	2405233	15.88009	0.12244	0.57931	77.66880
HL-BS	7.9919	0.89179	48.140130	1.019760	0.42984	0.60907	1.409470
HLCO-BS	13.56540	17.83238	23.90221	29.90335	0.01639	0.94045	451.20043
IV-BS	0.00113	0.01596	5.25630	0.01639	0.01759	0.01648	0.01600
CC-BK	10.72758	3.24094	61.54191	14.74724	0.09361	0.664530	69.45926
HL-BK	6.99506	0.52793	16.77796	0.82789	0.72781	0.72532	1.19689
HLCO-BK	9.27654	15.13675	22.11200	28.22514	0.43999	1.09138	403.65650
IV-BK	0.27827	0.25829	0.13966	0.15806	0.12231	0.16109	0.12520

註：1. CC 為利用組合標的收盤價估計出的歷史波動性。

2.HL 為 Parkinson(1980)利用組合標的最高、最低價估計出的歷史波動性。

3.HLCO 為 Garman and Klass(1980)利用組合標的最高、最低、開盤與收盤價估計出的歷史波動性。

4.IV 為 Trippi(1977)等加權法估計出的隱含波動性。

5.BK 為陳松男、鄭翔尹(2000)的組合型權證評價模式。

表 5 隱含波動-BS 模型與隱含波動-組合型權證評價模型之 Wilcoxon 符號等級檢定

	寶來 01	寶來 02	中信 01	建弘 01	國際 01	國際 02	富邦 03
Z 值	-28.975	-28.045	-31.992	-32.971	-20.678	-33.931	-31.782

註：假設檢定 $H_0: |市價-理論價格(IV-BS)| \leq |市價-理論價格(IV-BK)|$

$H_1: |市價-理論價格(IV-BS)| \geq |市價-理論價格(IV-BK)|$

表 6 隱含波動-BS 模型與最高最低價波動模型-組合型權證評價模型之 Wilcoxon 符號等級檢定

	寶來 01	寶來 02	中信 01	建弘 01	國際 01	國際 02	富邦 03
Z 值	-29.041	-27.791	-29.067	-32.643	-21.116	-33.936	-31.965

註：假設檢定 $H_0: | \text{市價-理論價格(IV-BS)} | \leq | \text{市價-理論價格(HL-BK)} |$

$H_1: | \text{市價-理論價格(IV-BS)} | \geq | \text{市價-理論價格(HL-BK)} |$

表 7 隱含波動-組合型權證評價模型與隱含波動-組合型權證評價模型之 Wilcoxon 符號等級檢定

	寶來 01	寶來 02	中信 01	建弘 01	國際 01	國際 02	富邦 03
Z 值	-29.040	25.259	-20.039	-6.770	-20.408	-33.933	-17.942

註：假設檢定 $H_0: | \text{市價-理論價格(IV-BK)} | \leq | \text{市價-理論價格(HL-BK)} |$

$H_1: | \text{市價-理論價格(IV-BK)} | \geq | \text{市價-理論價格(HL-BK)} |$

伍、結論

對於認購權證交易影響最大的莫過於 BS 評價模式，一般投資人都都熟悉此模式，因此 BS 評價模式被廣泛運用；然而 BS 評價模式中變異數為固定及標的股票價格分配必須呈現對數常態分配的假設似乎不符合市場實際狀況。因此本文嘗試利用四種波動性估計模型——歷史波動性模型、Parkinson(1980)最高、最低價歷史波動性模型、Garman and Klass(1980)的最高、最低、開盤、收盤價歷史波動性模型、Trippi(1977)的等加權平均隱含波動性模型分別與 BS 評價模式、陳松男、鄭翔尹(2000)CC 評價模式加以配對，試圖找出較佳的評價組合。結果發現隱含波動性模型與 BS 評價模式的配對，在三種評價績效方法的衡量下，表現皆是較佳的。此外，在三種歷史波動性模型中，最高、最低價歷史波動性模型所求得的理論價格較接近認購權證市價，其中最高、最低、開盤、收盤價歷史波動性模型與 CC 評價模式的配對，在寶來 01、寶來 02、國際 02 及富邦 03 四支權證中優於最高、最低、開盤、收盤價歷史波動性模型與 BS 評價模式的配對，此與陳松男、鄭翔尹(2000)的結果一致。然而 CC 評價模式與其他波動性估計模型加以配對時，並不能有效降低模型理論價格與認購權證市價間的差距，這或許是因為標的股價是否呈現對數常態分配，並非是影響 BS 評價模式產生評價誤差的最主要原因。最後利用 Wilcoxon 符號等級檢定分辨出較佳的三種配對模式的優劣順序，依序為隱含波動性模型與 BS 評價模式的配對、隱含波動性模型與 CC 評價模式的配對、最高、最低價波動性模型與 CC 評價模式的配對。由於本文所使用的波動性估計模型有限，後續研究可嘗試引用其他波動性估計模型諸如：Bollerslev(1986)的 GARCH 波動性估計模型、Nelson(1990)考量波動性不對稱的 EGARCH(Exponential GARCH)模型、隨機漫步模型或隨機波動性模型等。而在評價模式方面，可考慮使用 Cox、Ross and Rubinstein(1979)的二元樹模式、Duan(1995)的 GARCH 選擇權評價模式、Heston and Nandi(2000)的具封閉解的 GARCH 選擇權評價模式等，以期找出一個較佳的 CC 評價模式，給予組合型認購權證之發行人與投資人正面的輔助。

參考文獻

- [1] 李命志、趙其琳(2001)，「波動性預測模型能力之比較-台灣認購權證之實證研究」，*臺灣銀行季刊*，第 52 卷第 2 期，頁 101-127。
- [2] 何桂隆 (1998)，「Black-Sholes 模型在不同波動性下衡量之表現－股價指數選擇權」，國立成功大學企業管理研究所碩士論文。
- [3] 曹金泉 (1998)，「隨機波動度下選擇權評價理論的應用－以台灣認購權證為例」，國立政治大學金融研究所碩士論文。
- [4] 陳松男、鄭翔尹(2000)，「組合型權證的正確評價及避險方法」，*證券市場發展*，第 11 卷，第 4 期，頁 1-21。
- [5] 賈景宇(2000)，「台灣創新型認購權證在不同波動性模型下之比較」，私立中原大學企業管理研究所碩士論文。
- [6] 詹錦宏、洪啓安(1997)，「台股認購權證價格形成的實證分析」，*臺灣銀行季刊*，第 50 卷，第 2 期，頁 56-84。
- [7] 詹錦宏、單應翔(1998)，「台股認購權證評價模型選擇之研究」，*證券櫃檯*，第 51 卷，頁 1-35。
- [8] 劉文祺、楊芳玫、詹麗錦(2000)，「組合型認購權證評價模式之實證研究」，*證券櫃檯*，第 54 卷，頁 24-49。
- [9] Akgiray, V., (1989), "Conditional Heteroscedasticity in the Series of Stock Return Evidence and Forecasts," *Journal of Business*, 62 : 55-80。
- [10] Beckers, S., (1981), "Standard Deviation Implied in Option Prices as Predictors of Future Stock Price Variability," *Journal of Banking and Finance*, 5:363-382。
- [11] Black, F. and M. Scholes, (1973), "The Pricing of Options and Corporate Liabilities," *Journal of Political Economy*, 81: 637-659。
- [12] Bollerslev, T., (1986), "Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity," *Journal of Econometrica*, 31: 307-327。
- [13] Canina, L. and S. Figlewski, (1993), "The Information Content of Implied Volatility," *Review of Financial studies*, 6: 659-681。
- [14] Chu, S. H. and S. Freund, (1996), "Volatility Estimation for Stock Index Options: A GARCH Approach," *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 36: 431-450。
- [15] Chiras, P. Donald and S. Manaster, (1978), "The Information Content of Option Prices and a Test of Market Efficiency," *Journal of financial Economics*, 6: 213-234。
- [16] Cox, J., S. Ross, and M. Rubinstein, (1979), "Option Pricing: A Simplified Approach," *Journal of Financial Economics*, 7: 229-263。
- [17] Duan, J. C., (1995), "The GARCH Option Pricing Model," *Mathematical Finance*, 5(1): 13-32。
- [18] Engle, R. F., (1982), "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity With Estimates of the Variance of Untied Kingdom Inflation," *Econometrica*, July: 987-1007。
- [19] Figlewski, S., (1990), "Option Arbitrage in Imperfect Markets," *Journal of Finance*, 44: 1289-1311。

- [20] Fleming , J., (1998), "The Quality of Market Volatility Forecasts Implied by S&P100 Index Option Prices," *Journal of Empirical Finance*, 5: 317-345 °
- [21] Garman, M. B. and M. J. Klass, (1980), "On the Estimation of Security Price Volatilities From Historical Data," *Journal of Business*, 53: 67-74 °
- [22] Gemmill, G., (1986), "How Useful Are Implied Distributions? Evidence From Stock Index Options," *Journal of Derivatives*, 7(3): 83-96 °
- [23] Hull, J. and A. White, (1987), "The Pricing of Options on Assets with Stochastic Volatilities," *Journal of Finance*, 42: 281-300 °
- [24] Hull, J. C., (1997), *Options Futures And Other Derivative Securities*, Third ed. Prentice Hall °
- [25] Jorion, P., (1995), "Prediction Volatility in the Foreign Exchange Market," *Journal of Finance*, 50: 507-528 °
- [26] Lamoureux, C. G. and W. D. Lastrapes, (1993), "Forecasting Stock Return Variance: Toward an Understanding of Stochastic Implied Volatility," *Review of Financial Studies*, 6: 293-326 °
- [27] Latané, H. and R. J. Rendleman, (1976), "Standard Deviation of Stock Price Ratios Implied by Option Premia," *Journal of Finance*, 31: 369-382 °
- [28] Meade, N., (1993), "Forecasting the Return and Risk on a Portfolio of Asset," *International Journal of Forecasting*, 9: 373-386 °
- [29] Nelson, D. B., (1990), "Stationarity and Persistence in the GARCH (1,1) Model," *Econometric Theory*, 6: 318-334 °
- [30] Parkinson, M., (1980), "The Extreme Value Method for Estimating the Variance of the Rate of Return," *Journal of Business*, 53: 61-65 °
- [31] Scott, L., (1987), "Option Pricing When the Variance Changes Randomly," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 22: 419-438 °
- [32] Trippi, R., (1977), "A Test of Option Market Efficiency Using a Random Walk Valuation Model," *Journal of Economics and Business*, Winter: 93-98 °
- [33] Vasilellis, G. A. and N. Meade, (1996), "Forecasting Volatility for Portfolio Selection," *Journal of Business Finance & Accounting*, Jan: 125-143 °
- [34] Vorst, T., (1992), "Prices and Hedge Ratios of Average Exchange Rate Options," *International Review of Financial Analysis*, 1: 179-193 °
- [35] Whaley, R., (1982), "Valuation of American Call Options on Dividend-Paying Stocks: Empirical Test," *Journal of Financial Economics*, 10: 29-58 °
- [36] Wiggins, J. B., (1987), "Option Values Under Stochastic Volatility Theory and Empirical Estimates," *Journal of Financial Economics*, 19: 351-372 °

A Study on Basket Warrants Pricing Model

Chung-Chu Chuang*

Wan-Ju Huang

ABSTRACT

Using Basket warrants transaction data on TSEC from September 4, 1997 to June 25, 2001, the combination of four volatility models (classical history volatility; Parkinson's(1980) high, low history volatility model; Garman and Klass's(1980) high, low, opening, closing history volatility model; Trippi's(1977) equal weights implied volatility model) with two pricing models (Black and Sholes option pricing model(1973), henceforth BS pricing model; Chen and Cheng basket option pricing model(2000), henceforth CC pricing model) are discussed on valuation performance to obtain superior basket warrant pricing model.

The results show that the combination implied volatility model with BS pricing model is the best pricing model, and the combination of implied volatility model and CC pricing model is the next. Parkinson's(1980) high, low history volatility model is the best one in all history volatility models. Moreover, the combinations of three history volatility models and CC pricing model outperform the combinations of three history volatility models and BS pricing model on the valuation performance, but the combination of implied volatility model and CC pricing model is not consistent in valuation performance. Whether the distribution of underlying stock is log-normal or not is one reason of pricing error of the BS pricing model to price the basket warrant.

Keyword : BS pricing model 、 Basket option pricing model 、 History volatility 、 Implied volatility

* Associate Professor, Dean of Management, and Director of Graduate School of Management Science, Aletheia University.

